

# Einfaches Beispiel einer Markov-Berechnung

## Aufgabenstellung

Sie spielen gegen einen Bekannten Poolbillard und wissen aus Erfahrung, dass Sie zu 60% gewinnen werden.  
 Der Einsatz pro Spiel ist 1€, sie haben 2€ Startkapital.  
 Das Spiel endet wenn Sie 0€ oder 5€ haben.

## Ablauf:

**1a)** Eingabe des Markov-Modells durch Eingabe der Übergangswahrscheinlichkeiten in der Markov-Tabelle:

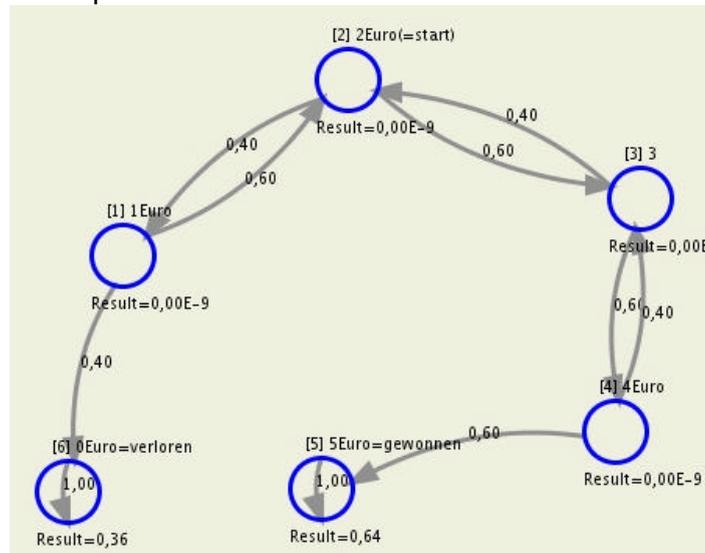
Markov Wahrscheinlichkeiten

... in Zustand ...

| von Zustand    | 1Euro     | 2Euro (=start) | 3         | 4Euro     | 5Euro=gewonnen | 0Euro=verloren |
|----------------|-----------|----------------|-----------|-----------|----------------|----------------|
| 1Euro          | 0.0(auto) | 0.6            | 0.0       | 0.0       | 0.0            | 0.4            |
| 2Euro(=start)  | 0.4       | 0.0(auto)      | 0.6       | 0.0       | 0.0            | 0.0            |
| 3              | 0.0       | 0.4            | 0.0(auto) | 0.6       | 0.0            | 0.0            |
| 4Euro          | 0.0       | 0.0            | 0.4       | 0.0(auto) | 0.6            | 0.0            |
| 5Euro=gewonnen | 0.0       | 0.0            | 0.0       | 0.0       | 1.0(auto)      | 0.0            |
| 0Euro=verloren | 0.0       | 0.0            | 0.0       | 0.0       | 0.0            | 1.0(auto)      |

Daten sind gültig.

**1b)** und/oder Modellierung des Systems über „interaktives Modell“ und Anzeige als Graphik:



# Einfaches Beispiel einer Markov-Berechnung

## Mögliche Fragestellungen

- Im ersten Schritt ist es hilfreich einfach das Verhalten des Markov-Systems mit  $t$  gegen unendlich (oder sehr lang) zu ermitteln. Dazu werden die Startparameter eingegeben.

**Markov-Startparameter**

| Zustandsbezeichnung | Anfangs Wahrscheinlichkeiten |
|---------------------|------------------------------|
| 1Euro               | 0.0                          |
| 2Euro(=start)       | 1.0                          |
| 3                   | 0.0                          |
| 4Euro               | 0.0                          |
| 5Euro=gewon         | 0.0                          |
| 0Euro=verlore       | 0.0                          |

Anzahl Markov-Schritte (z.B. total System-Einsatzdauer in Stunden)

Berechnung starten

Und man erhält die Berechnungsergebnisse:

**Markov-Berechnung Ergebnisse [t=50000]**

| Nr. | StateName      | Start probability t=0 | End probability t=108 |
|-----|----------------|-----------------------|-----------------------|
| 1   | 1Euro          | 0.0                   | 0.0                   |
| 2   | 2Euro(=start)  | 1.0                   | 0.0                   |
| 3   | 3              | 0.0                   | 0.0                   |
| 4   | 4Euro          | 0.0                   | 0.0                   |
| 5   | 5Euro=gewonnen | 0.0                   | 0.6398                |
| 6   | 0Euro=verloren | 0.0                   | 0.3601                |

**Das Markov-System bleibt unverändert nach t=108**

Hier erkennt man auch, dass sich das Markov-System in die Zustände 5 und 6 einpendelt, die Wahrscheinlichkeit der anderen Zustände geht im Laufe der Zeit gegen 0. Die totale Gewinnwahrscheinlichkeit liegt also bei 64%.

# Einfaches Beispiel einer Markov-Berechnung

- Wie groß ist das Risiko, dass die 2€ verloren gehen? Das hängt natürlich von der Anzahl der Spiele ab. Wäre diese unendlich, so ist diese 36% (siehe oben),.

Realistisch sind jedoch nur etwa 10 Spiele:

| Nr. | StateName      | Start probability t=0 | End probability t=10 |
|-----|----------------|-----------------------|----------------------|
| 1   | 1Euro          | 0.0                   | 0.0                  |
| 2   | 2Euro(=start)  | 1.0                   | 0.0708               |
| 3   | 3              | 0.0                   | 0.0                  |
| 4   | 4Euro          | 0.0                   | 0.0656               |
| 5   | 5Euro=gewonnen | 0.0                   | 0.5337               |
| 6   | 0Euro=verloren | 0.0                   | 0.3296               |

Nach 10 Spielen ist das totale Verlustrisiko also nur 33%.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie am Ende 5€ haben? Das hängt natürlich von der Anzahl der Spiele ab. Wäre diese unendlich wurde diese mit 64% ermittelt.

Realistisch sind jedoch nur etwa 10 Spiele, hier wurden 53% ermittelt.

- Wie ändert sich die Situation, wenn nur 1€ Startkapital vorhanden sind?

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| Zustandsbezeichnung   |  | Anfangs Wahrscheinlichkeiten                           |  |
| 1Euro   |  | 1.0  |  |
| 2Euro(=start)   |  | 0.0  |  |
| 3   |  | 0.0  |  |
| 4Euro   |  | 0.0  |  |
| 5Euro=gewon   |  | 0.0  |  |
| 0Euro=verlore   |  | 0.0  |  |
| Anzahl Markov-Schritte (z.B. total System-Einsatzdauer in Stunden) 10 |  |  |  |
| Speichern   |  | <input checked="" type="checkbox"/> Berechnung starten |  |

Und wird erhalten:

| Nr. | StateName      | Start probability t=0 | End probability t=10 |
|-----|----------------|-----------------------|----------------------|
| 1   | 1Euro          | 1.0                   | 0.0270               |
| 2   | 2Euro(=start)  | 0.0                   | 0.0                  |
| 3   | 3              | 0.0                   | 0.0656               |
| 4   | 4Euro          | 0.0                   | 0.0                  |
| 5   | 5Euro=gewonnen | 0.0                   | 0.3202               |
| 6   | 0Euro=verloren | 0.0                   | 0.5869               |

Das ganze kehrt sich hier also nahezu um. Jetzt ist das Verlustrisiko mit 58% viel höher als die Gewinnchance (32%).